Определение скорости полета пули методом баллистического маятника.

Баллистический маятник состоит из уловителя (**"*C*"** на **Рис.1**) в виде диска из пластичного материала[1], который закреплен на длинной массивной рейке, способной свободно, с очень малым трением, качаться вместе с уловителем вокруг неподвижной оси. На **Рис.1** эта ось вращения (точка опоры **"*O*"**) перпендикулярна к плоскости рисунка. Выстрел производится из духового ружья, укрепленного в станке так, чтобы вектор скорости пули был направлен горизонтально по прямой, проходящей через центр пластилинового диска и перпендикулярно оси вращения ***O***. Пуля, застревая в пластилине, теряет свою начальную скорость и одновременно сообщает маятнику некоторый момент импульса. По завершении неупругого удара маятник отклоняется от вертикальной линии ***OC*** на некоторый максимальный угол α, который измеряется методом "зеркала и шкалы" – по максимальному смещению светового зайчика от источника света ***W*** на экране ***Э***.

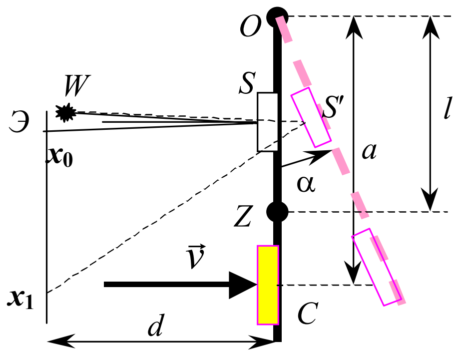

Рис.1.

Вывод рабочей формулы

Для двух моментов времени непосредственно до и непосредственно после неупругого удара (под "ударом" мы подразумеваем относительно быстротекущий процесс торможения пули в пластилине) можно применить закон сохранения момента импульса:

$$mva = (I + ma^2)\omega_0 \tag{1}$$

где m – масса пули, v – скорость пули до удара, a – расстояние от оси вращения до точки удара пули, I – момент инерции маятника относительно оси вращения ***O***, ω_0 – начальная угловая скорость маятника после удара. Вторым членом в скобках в (1) можно пренебречь далеко не всегда (для нашего случая вам необходимо на основании измерений показать (или опровергнуть) возможность такого упрощения).

Очевидно, в процессе *неупругого* удара закон сохранения механической энергии не

[1] В нашей установке применяется пластилин.

действует, однако ***после его завершения*** – к процессу качания маятника мы уже можем применить закон сохранения энергии. Непосредственно после завершения процесса удара маятник вместе с засевшей в нем пулей будет, как мы видели из (1), иметь угловую скорость, равную ω_0, а следовательно, будет иметь и соответствующий ей запас кинетической энергии, который затем в момент наибольшего отклонения (и мгновенной остановки маятника) превратится в потенциальную энергию:

$$K = \frac{(I + ma^2)\omega_0^2}{2}$$

$$U = (M + m\frac{a}{l})gh \tag{2}$$

$$K = U$$

где M – масса баллистического маятника, h – высота максимального поднятия его центра масс в точке остановки, l – расстояние от оси вращения до центра масс маятника (без пули), g=9.81908 м/с^2 – ускорение свободного падения на широте СПб. Второе (малое) слагаемое в выражении для потенциальной энергии дополнительно учитывает, что центр масс пули не совпадает с центром масс маятника. Из **Рис.2**

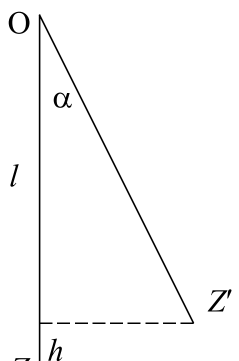

Рис.2.

видно, что

$$h = l - l\cos\alpha = l(1 - \cos\alpha) = 2l\sin^2\frac{\alpha}{2},$$

где l – расстояние от оси вращения ***O*** до центра масс маятника ***Z***.

Итак, мы получили второе уравнение

$$\frac{1}{2}\left(ma^2 + I\right)\omega_0^2 = (m\frac{a}{l} + M)gh = 2(m\frac{a}{l} + M)gl\sin^2\frac{\alpha}{2}. \tag{3}$$

Таким образом, на основании уравнений (1) и (3) получаем основную рабочую формулу

$$v = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{\sqrt{(ma^2+I)(m\frac{a}{l}+M)gl}}{ma} \tag{4}$$

Все величины, входящие в выражение (4), могут быть определены экспериментально.

План работы

Массу маятника определяют посредством взвешивания на технических весах.

Расстояние от оси вращения до точки удара измеряют миллиметровой линейкой.

Положение центра масс маятника определяется следующим способом. Кладут маятник горизонтально на специально приспособленную в лаборатории призму; перемещением точки опоры вдоль стержня маятника находят точку равновесия (рейка маятника должна быть при этом горизонтальна!). Измеряют по линейке расстояние от точки касания рейки и призмы до оси вращения маятника.

Момент инерции ***физического*** маятника находят по периоду его качаний, равному

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgl}} \tag{5}$$

(величины M и l нами уже измерены!).

Обратите внимание, что для достаточно надежного измерения периода качаний мы должны обеспечить выполнение следующих условий:

- Амплитуда качаний должна быть достаточно мала, чтобы можно было пренебречь ее влиянием на период качаний;
- Нужно проследить за отсутствием качаний маятника по другой ортогональной оси (или дождаться их полного затухания, если они по каким-либо причинам возникли);
- Период качаний надо определить как среднее за 20-30 качаний, чтобы уменьшить погрешность измерения времени секундомером (это усреднение не изменит собственную погрешность измерения времени секундомером на уровне $1\cdot10^{-3}T$, но существенно уменьшит вклад субъективной ошибки нажатия управляющих кнопок).

Момент инерции вычисляется, исходя из (5), как

$$I = \frac{MglT^2}{4\pi^2} \tag{6}$$

Масса каждой пули определяется на аналитических весах.

Измерение угла отклонения α надежнее производить не только по амплитуде отклонения маятника при первом качании, но и по размаху его колебаний, длящихся некоторое время после удара (при этом полезно применять и усреднение отдельных отсчетов). Это можно сделать потому, что логарифмический декремент затухания[2] этих

---

[2] Определение логарифмического декремента затухания см. в **описании работы 36** или в соответствующей литературе.

колебаний весьма мал и их амплитуда довольно долго остается почти постоянной (попытайтесь экспериментально оценить величину декремента!).

Измерение угла α производится методом "зеркала и шкалы", который заключается в следующем. На подвижную часть прибора, угол поворота которой надо измерить, в нашем случае на рейку баллистического маятника, прикрепляется маленькое вогнутое зеркало S (см. **Рис.1**). На некотором достаточно большом расстоянии от него устанавливается вертикальная миллиметровая линейка. От маленького источника света $\boldsymbol{W}$ (в зависимости от варианта исполнения лабораторной установки в его качестве могут быть применены лампа с коллиматором или лазер-указка) излучение направляется на зеркало, а от него отражается на экран ***Э***. При повороте зеркала $\boldsymbol{S}$ проекция излучения источника $\boldsymbol{W}$ на экран ***Э*** (*действительное изображение* источника на экране) перемещается по нанесенной на экран миллиметровой шкале, с которой должны сниматься отсчеты координат этого изображения.

По этим отсчетам перемещений "светового зайчика" угол поворота зеркала определяется на основе тригонометрических соотношений и с учетом закона зеркального отражения света (угол поворота оси отраженного пучка вдвое больше угла поворота зеркала):

$$\sin 2\alpha \approx \mathrm{tg} 2\alpha \approx 2\alpha = \frac{x_1 - x_0}{d}, \qquad \sin\frac{\alpha}{2} \approx \frac{x_1 - x_0}{4d} \tag{7}$$

(здесь d – расстояние от зеркала до экрана), причем малость угла отклонения позволяет заменить тангенс угла синусом или самим значением угла, выраженным в радианах.

Таким образом, с учетом (6) и (7) рабочая формула в ее окончательном виде такова[3]:

$$v = \frac{1}{4\pi} gT \frac{M}{m} \cdot \frac{l}{a} \cdot \frac{x_1 - x_0}{d} \tag{8}$$

Расстояние d от экрана ***Э*** до зеркала $\boldsymbol{S}$ измеряется рулеткой. Целесообразно попутно с измерением расстояния выставить положение поверхности экрана приблизительно (на глаз) перпендикулярно к оси пучка, падающего на зеркало $\boldsymbol{S}$.

[3] Мы внесли в формулу (8) дополнительные упрощения, обсуждение которых должно входить в дискуссию по данной работе с преподавателем