

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ (ВЯЗКОСТИ) ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА.

Цель работы – определить вязкость жидкости и исследовать зависимость вязкости от температуры.

Исследуемая жидкость – диффузионное масло VM-1. Измерения абсолютного значения вязкости производятся методом Стокса, а относительных значений вязкости при разных температурах – методом Оствальда.

**Внимание!** Работа выполняется только с маслом VM-1. Для градуировки вискозиметра используется вязкость масла при комнатной температуре, измеренная абсолютным методом Стокса.

Если некоторая часть жидкости (или газа) приведена в движение и если нет силы, поддерживающей это движение, то оно быстро прекратится. Происходит это оттого, что на поверхности раздела  $BA$  двух слоев (рис.1) на слой, движущийся быстрее (скорость  $v + dv$ ), действует со стороны соседнего слоя (скорость  $v$ ) некоторая сила  $f$ , замедляющая его движение, а на слой, движущийся медленнее, действует такая же сила, ускоряющая его движение. Это свойство жидкостей (газов) называется *внутренним трением* или *вязкостью*.

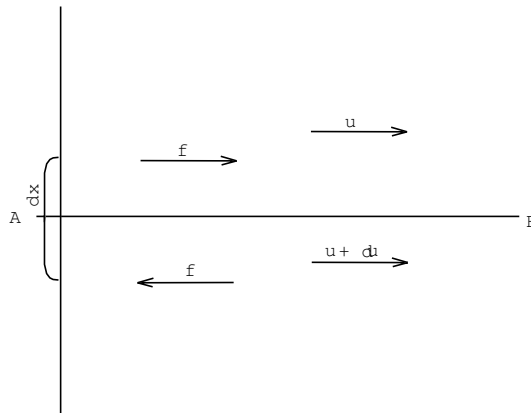


Рис. 1:

Сила взаимодействия  $f$  одного слоя на другой равна:

$$f = \eta s \frac{dv}{dx},$$

где  $s$  – поверхность слоя, к которому приложена сила  $f$ ;

$v$  – скорость движения;

$x$  – нормаль к поверхности;

$\eta$  – коэффициент пропорциональности.

Коэффициент  $\eta$  называется **коэффициентом внутреннего трения** или **вязкости** жидкости (часто просто вязкостью).

Коэффициент вязкости численно равен силе, действующей на единицу площади слоя, когда на единице длины, взятой перпендикулярно слоям, скорость меняется на единицу ( $\frac{dv}{dx} = 1$ ).

Размерность  $[\eta] = \text{г/см сек}$ .

Стокс установил, что сила внутреннего трения  $F$  жидкости, действующая на падающий в этой жидкости шарик со скоростью  $v$  и радиусом  $r$ , равна

$$F = 6\pi r v \eta, \quad (1)$$

где  $\eta$  – коэффициент вязкости жидкости.

На шарик массы  $M$ , погруженный в жидкость плотности  $\sigma$ , действует сила тяжести (с поправкой на закон Архимеда), ускоряющая его падение и равная:

$$P = g(M - \sigma V). \quad (2)$$

Пусть плотность шарика –  $d$ , тогда уравнение (2) можно переписать:

$$P = g \left( \frac{4}{3} \pi r^3 d - \frac{4}{3} \pi r^3 \sigma \right) = \frac{4}{3} \pi r^3 g (d - \sigma). \quad (3)$$

Однако по мере возрастания скорости падения шарика будет возрастать и сила  $F$  внутреннего трения жидкости, в которой шарик падает, и наконец, наступает момент, когда сила  $F$  станет равной по абсолютному значению силе  $P$ , и дальнейшее опускание шарика вниз будет происходить равномерно со скоростью  $v_0$ . Следовательно, при равномерном падении имеет место равновесие между силами  $P$  и  $F$ , то есть

$$\frac{4}{3} \pi r^3 g (d - \sigma) = 6\pi r v_0 \eta, \quad (4)$$

откуда скорость падения  $v_0$  шарика будет:

$$v_0 = \frac{2}{9}gr^2 \frac{d - \sigma}{\eta}. \quad (5)$$

Но уравнение (5), строго говоря, справедливо лишь тогда, когда шарик падает в безграничной среде. Если шарик падает вдоль оси трубки с радиусом  $R$ , то уравнение для скорости падения шарика видоизменяется так:

$$v_0 = \frac{2}{9}gr^2 \frac{d - \sigma}{\eta \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)}. \quad (6)$$

Из уравнения (6) можно определить коэффициент вязкости

$$\eta = \frac{2}{9}gr^2 \frac{d - \sigma}{v_0 \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)}. \quad (7)$$

Если шарик падает в цилиндрическом сосуде, наполненном жидкостью, то поверхность жидкости и дно сосуда также оказывают на скорость падения свое влияние, которое заметно сказывается только вблизи границ, а в средней части сосуда им можно пренебречь. Влиянием боковых стенок ни в коем случае пренебрегать нельзя (при  $r = 0,05$  см,  $R = 1,5$  см оно равно 8%, а при  $r = 0,15$  см равно 20%).

Формула Стокса справедлива при медленном падении шарика. Это условие выполняется лишь для малых шариков.

Целью настоящей работы является проверка формулы Стокса и измерение коэффициента вязкости  $\eta$ .

Для проверки убеждаются в том, что 1) скорость падения шариков постоянна и 2) коэффициент  $\eta$ , определяемый по формуле (7), не зависит от радиуса трубки.

Прибор (рис.2) состоит из вертикальной стеклянной трубки  $A$ , наполненной парафиновым маслом. Чтобы предохранить трубку  $A$  от резких колебаний температуры, она помещена в широкий стеклянный цилиндр  $B$ , наполненный водой. Термометр  $T$  показывает температуру воды с точностью до  $0,1^\circ$ . Температурная защита необходима по двум причинам: 1) вязкость жидкостей сильно зависит от температуры; 2) при резких колебаниях температуры в масле возникают конвекционные потоки, которые при малых скоростях внесут большие ошибки в результат измерений. Трубка  $A$  закрыта наверху пробкой. Для введения шарика в жидкость в центре пробки сделано отверстие, в которое вставлена узкая стеклянная трубочка  $D$ . Шарик опускается в эту трубочку и проталкивается в жидкость стеклянной палочкой. Такое простое приспособление заставляет шарик падать вдоль оси трубки. Насколько это важно, можно легко убедиться, если заставить шарик падать около одной из стенок широкой трубки  $A$ . В этом случае из формулы (7) для  $\eta$  получаются неверные значения.

Для того, чтобы падающий в жидкость шарик был виден отчетливо, задняя сторона цилиндра  $B$  оклеена бумагой, за которой помещена электрическая лампочка. Во избежание нагревания воды лампочку зажигают только в момент отсчетов.

Шарики сделаны из сплава парафина и канифоли (две части парафина и 13 частей канифоли). Плотность их (процентное содержание парафина в сплаве) подобрана так, чтобы шарик падал достаточно медленно.

Из величин, входящих в выражение (7), на опыте определяются радиус шарика  $r$  и скорость падения  $v_0$ . Остальные величины даются:  $g = 981,9$  см/сек<sup>2</sup>;  $\sigma = 0,883$  г/см<sup>3</sup>.

Радиус  $r$  измеряется при помощи катетометра или микроскопа.

**Порядок измерений.** Положить в ямку особой подставки шарик. При помощи лампы и подвижного зеркала осветить шарик снизу. Установить салазки так, чтобы в поле зрения микроскопа был виден шарик. Выдвинуть окуляр так, чтобы резко видеть нить, и поместить микроскоп на такой высоте, чтобы края шарика были видны отчетливо. Перемещая при помощи микрометрического винта салазки, навести нить микроскопа последовательно на края шарика так, чтобы она оказалась касательной к шару. В обоих случаях определить положение салазок на шкале. Разность между двумя отсчетами дает диаметр шарика.

Для измерения скорости падения  $v$  в разных частях трубки  $A$  на передней стороне цилиндра  $B$  на одинаковом расстоянии друг от друга (10 см) наклеен ряд нитей. Измеряют время  $t$ , в течение которого шарик проходит расстояние между двумя соседними нитями. Если  $l$  – расстояние между нитями, то средняя скорость падения  $v$  в данном интервале будет:

$$v = \frac{l}{t}.$$

Для уничтожения ошибок от параллакса на задней стороне цилиндра  $B$  наклеены такие же нити, как и на передней. При отсчете глаз надо помещать так, чтобы соответствующие нити обеих сторон совпадали.

Прежде чем начать измерять скорость падения  $v$ , надо посмотреть, не прилип ли к шару пузырек воздуха (это делается в то время, когда шарик падает между поверхностью жидкости и первой нитью). Если пузырек прилип, измерять  $v$  бесполезно, так как шарик будет падать медленнее, чем следует по формуле (5).

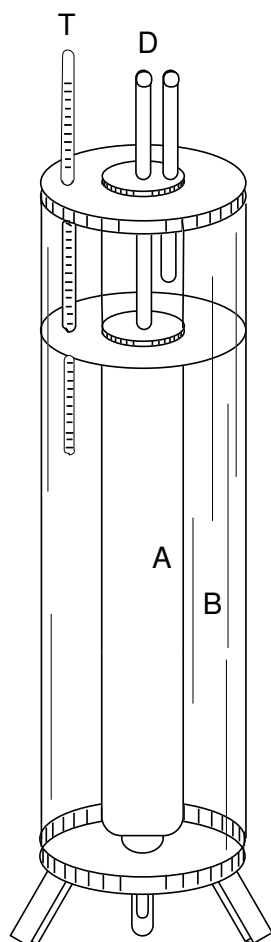


Рис. 2:

### Порядок работы.

1. Отбирают несколько шариков (5-6) различных диаметров. Измеряют радиус одного из них и определяют скорость падения в каждом из интервалов и на всем пути. Сравнивают эти две скорости. *В пределах ошибок измерения* они должны быть одинаковыми. Пролетать то же самое с каждым из отобранных шариков.

2. Строят кривую зависимости скорости падения  $v$  от радиуса  $r$ . Вычисляют для каждого шарика по формуле (7) вязкость  $\eta$ , беря среднюю арифметическую. Определяют ошибку результата из ошибок измерений. Так как вязкость жидкостей зависит от температуры, указывают температуру опыта.

*Для работы необходимы:* 1) стеклянная трубка, наполненная парафиновым маслом или глицерином (с водяной защитой и термометром); 2) горизонтальный катетометр или микроскоп; 3) доска с банкой, с шариками (парафиновые или стальные), пинцетом и желобком для отобранных шариков; 4) секундомер.

## Определение коэффициента внутреннего трения жидкости вискозиметром Оствальда.

Коэффициент внутреннего трения жидкостей  $\eta$  можно определить опытным путем по методу Оствальда. Теория движения жидкости по капиллярной трубке в случае полного смачивания дает следующую формулу для объема вытекшей жидкости  $V$  за время  $t$  при длине трубки  $l$ , радиусе ее сечения  $r$  и давлении  $p$ , под которым находится жидкость:

$$V = \frac{\pi p r^4}{8 \eta l} t, \quad (8)$$

где  $\eta$  – вязкость жидкости. Это соотношение известно под названием закона Пуазейля. Пользуясь уравнением (8) и зная величины  $V$ ,  $r$ ,  $l$ ,  $p$ , можно вычислить значение коэффициента  $\eta$ .

Формулой Пуазейля пользуются для определения относительного коэффициента вязкости. В самом деле, если взять две жидкости (например, воду и спирт) и измерить время истечения одинаковых объемов этих

жидкостей через один и тот же капилляр (одинаковых  $r$  и  $l$ ), то будем иметь согласно формуле (8) для опыта с водою:

$$V = \frac{\pi p_0 r^4}{8 \eta_0 l} t_0, \quad (9)$$

где  $V$  – объем вытекшей воды,  $t_0$  – время истечения,  $\eta_0$  – вязкость воды при данной температуре.

Применим ту же формулу для опыта с испытуемой жидкостью, имеем:

$$V = \frac{\pi p_1 r^4}{8 \eta_1 l} t_1, \quad (10)$$

где  $t_1$  – время истечения,  $\eta_1$  – коэффициент вязкости испытуемой жидкости.

Разделив уравнение (10) на уравнение (9), получим:

$$1 = \frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{t_1}{t_0} \cdot \frac{\eta_0}{\eta_1},$$

или

$$\eta_1 = \eta_0 \frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{t_1}{t_0}. \quad (11)$$

Если жидкость вытекает под действием силы тяжести, то

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{d_1}{d_0}$$

где  $d_0$  и  $d_1$  – плотности жидкостей и соотношение (11) можно написать в виде:

$$\eta_1 = \eta_0 \frac{t_1}{t_0} \cdot \frac{d_1}{d_0}.$$

Таким образом, зная время истечения взятых жидкостей  $t_0$  и  $t_1$  и их плотности  $d_0$  и  $d_1$ , можно определить относительный коэффициент внутреннего трения  $\frac{\eta_1}{\eta_0}$ , а найдя из таблиц значение  $\eta_0$ , вычислить и абсолютную величину  $\eta_1$ .

Прибор Оствальда для определения коэффициента вязкости представляет собой стеклянную трубку  $abc$ , широкое колено  $ab$  которой заканчивается внизу расширением  $b$ , а другое колено состоит из капилляра  $e$ , заканчивающегося наверху расширением  $c$ , который переходит в более широкую трубку  $d$  (рис.3).

Под расширением и над ним на трубках  $d$  и  $e$  нанесены две метки  $m$  и  $n$ , ограничивающие собой вполне определенный объем жидкости, время истечения которого измеряется опытным путем.

## Порядок работы.

1. Для производства работы прибор сначала хорошенько промывают водой, а затем небольшим количеством исследуемой жидкости. После этого прибор закрепляют в зажим на штативе  $S$  и опускают в сосуд с водой так, чтобы уровень воды был выше верхней метки  $m$ ; прибор при помощи отвеса должен быть установлен вертикально. В сосуд опускается термометр  $T$ .

2. Установив прибор, впускают при помощи пипетки в широкое колено  $ab$  определенный, постоянный при всех опытах объем испытуемой жидкости. Далее осторожно всасывают жидкость через резиновую трубку  $f$ , надетую на трубку  $d$  и наполняют расширение  $c$  выше метки  $m$ . Снимают грушу и наблюдают истечение жидкости. Пускают секундомер в ход в тот момент, когда мениск проходит через метку  $m$ , а в момент, когда мениск проходит через метку  $n$ , останавливают секундомер.

3. Опыт проводится несколько раз. Таким образом, определяется время  $t_1$  истечения объема исследуемой жидкости.

4. После этого проделывают тот же опыт с водой и для нее также определяют время истечения  $t_0$ .

5. Зная плотности жидкостей  $d_0$  и  $d_1$  и время истечения  $t_0$  и  $t_1$ , вычисляют для жидкостей коэффициент вязкости по формуле

$$\eta_1 = \eta_0 \frac{d_1 t_1}{d_0 t_0}.$$

Определяется температура и плотность  $d_0$ . Коэффициент трения  $\eta_0$  для воды находится из таблиц. Плотности исследуемых жидкостей определяются на весах Вестфалия.

*Для работы необходимы:* 1) вискозиметр Оствальда; 2) водяной термостат с термометром; 3) исследуемая жидкость и дистиллированная вода; 4) весы Вестфалия; 5) секундомер; 6) резиновая груша.

В нашей работе абсолютным методом Стокса измеряется вязкость масла при комнатной температуре. То же масло используется для калибровки капиллярного вискозиметра.

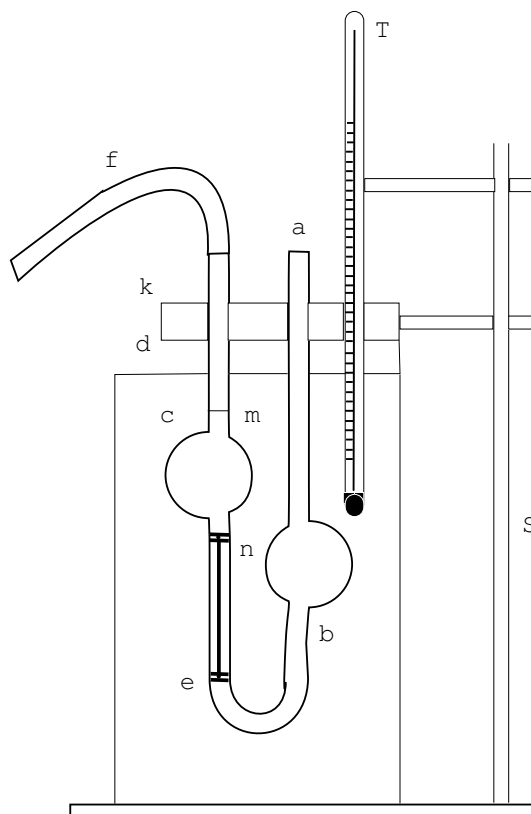


Рис. 3:

Зная кинематическую вязкость масла  $\nu = \eta/\rho$  ( $\rho$  – плотность) и время его протекания в вискозиметре  $t$ , следует вычислить постоянную вискозиметра, то есть коэффициент пропорциональности в формуле:  $\nu = ct$ .

Калибровка должна выполняться при той же температуре, при которой проводилось абсолютное измерение вязкости масла. Найденное для этой температуры значение постоянной вискозиметра можно использовать и для других температур. Действительно, время протекания жидкости обратно пропорционально четвертой степени радиуса капилляра и пропорционально объему резервуара, то есть кубу линейных размеров<sup>1</sup>. Таким образом, тепловое расширение стекла изменяет это время обратно пропорционально первой степени линейных размеров, то есть на величину порядка  $10^{-5}$ . Если температура повысится на  $100^\circ$ , то время истечения жидкости с неизменной кинематической вязкостью уменьшится на 0,1%, что значительно ниже погрешности измерений.

Вязкость указанной преподавателем жидкости измеряется при 5–6 температурах в интервале  $+5 - +60^\circ\text{C}$ .

Плотность жидкости находится из таблиц или измеряется с помощью пикнометра. По результатам измерений строится график зависимости вязкости от температуры. Следует также проверить выполнение зависимости  $\eta \sim \exp(\Delta E/RT)$  и вычислить энергию активации  $\Delta E$ . Для этого строится график зависимости  $\lg \eta$  от  $1/T$ ; экспериментальные точки должны ложиться на прямую, наклон которой определяется величиной  $\Delta E$ :

$$\Delta E = 2,303 R \frac{\lg \eta}{1/T}$$

( $R$  – газовая постоянная). Величину  $\Delta E$  принято выражать в кал/моль.

Регулировка температуры. Для поддержания температуры жидкости в вискозиметре, он погружен в простейший водяной термостат – стеклянную банку с мешалкой и нагревательной спиралью. Спираль включается в сеть 120 вольт постоянного тока через реостаты и амперметр. Регулировка температуры производится вручную, реостатом. При таком способе регулировки трудно устанавливать точно заданную температуру, и к этому не следует даже стремиться, нужно только, чтобы температуры, при которых производятся измерения, приблизительно равномерно заполняли заданный интервал ( $+5 - +60^\circ\text{C}$ ). Только при калибровке вискозиметра температура воды должна иметь точно то же значение, что и при абсолютном измерении вязкости (допустимы отклонения не более  $0,2 - 0,3^\circ\text{C}$ ). Для измерения необходимо, чтобы жидкость в вискозиметре приняла температуру термостата. Для этого нужно, чтобы температура жидкости в термостате оставалась неизменной в течение 2-5 минут до измерения, а также, конечно, и во время измерения, которое требует нескольких минут. Выполнение этих требований при отсутствии автоматического терморегулятора требует некоторого навыка. Нагревать воду в термостате можно быстро, то есть большим током; когда температура приблизится к нужному значению, надо резко уменьшить ток, а затем резко отрегулировать его так, чтобы температура перестала

<sup>1</sup>Почему в этой оценке не нужно учитывать зависимости от длины капилляра?

изменяться. Выдерживая постоянную температуру, следует внимательно следить за небольшими колебаниями столбика ртути в термометре и сразу же исправлять намечающиеся изменения температуры.

Для получения температур ниже комнатной следует бросить в воду термостата небольшое количество льда. Регулировка температуры производится и в этом случае с помощью нагревательной спирали (разумеется, этот метод годится только до тех пор, пока не весь лед расплавится). Можно также проводить измерения в момент достижения минимальной температуры (когда почти весь лед расплавится).